

Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Кафедра математики и анализа данных
Факультет информационных технологий и анализа больших данных**

Документ подписан усиленной неквалифицированной электронной подписью
Организация: Финансовый университет при Правительстве РФ
Утверждено: Проректор по учебной и методической работе Е.А. Каменева
Сертификат: WVy/mya8U3k0OuWs79v/eDqGqwAvUacN
Дата: 23.05.2025 г.

Е. С. Волкова

Математический анализ и линейная алгебра

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

38.03.01 - Экономика

Образовательная программа:

Финансовые инструменты и цифровые технологии анализа

Профиль

Финансовые инструменты и цифровые технологии анализа

Рекомендовано

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных
(протокол №56 от 17.06.2025)*

Одобрено

*Кафедра математики и анализа данных
(протокол №11 от 26.05.2025)*

Москва 2025

Содержание

Наименование разделов РПД		Стр.
1.	Наименование дисциплины	5
2.	Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	5
3.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	11
4.	Объем дисциплины(модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	11
5.	Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	12
5.1.	Содержание дисциплины	12
5.2.	Учебно-тематический план	20
5.3.	Содержание семинаров, практических занятий	21
6.	Перечень учебно-методического обеспечения для	33

	самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	
6.1.	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	33
6.2.	Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	36
7.	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	38
8.	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	54
9.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	56
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	57
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных	57

	справочных систем	
12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	58

1. Наименование дисциплины

«Математический анализ и линейная алгебра».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	Результаты обучения
ПКН-1	Владение основными научными понятиями и категориальным аппаратом современной экономики и их применение при решении прикладных задач	1. Демонстрирует знание современных экономических концепций, моделей, ведущих школ и направлений развития экономической науки, использует категориальный и научный аппарат при анализе экономических явлений и процессов.	Знать: основы математических методов анализа экономических данных Уметь: применять математические методы для анализа экономических явлений
		2. Выявляет сущность и особенности современных экономических процессов, их связь с другими процессами, происходящими в обществе, критически переосмысливает текущие социально-	Знать: основные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа Уметь: проводить анализ для выявления зависимостей между экономическим

		экономические проблемы.	и переменными, критически анализировать текущие социально-экономические проблемы с использованием математических моделей
		3. Грамотно и результативно пользуется российскими и зарубежными источниками научных знаний и экономической информации, знает основные направления экономической политики государства.	Знать: фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа Уметь: анализировать данные из российских и зарубежных источников, используя математические методы, использовать математические модели для прогнозирования последствий экономических решений
ПКН-3	Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач, интерпретировать полученные	1. Проводит сбор, обработку и статистический анализ данных для решения финансово-экономических задач.	Знать: основы способов сбора, обработки информации, математических методов анализа данных. Уметь: применять математические методы для формулирования и решения аналитических задач, связанных с оценкой

	результаты		оптимальных путей и способов достижения целей.
		2. Формулирует математические постановки финансово-экономических задач, переходит от экономических постановок задач к математическим моделям.	Знать: фундаментальные понятия алгебры и геометрии, математического анализа. Уметь: применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования экономических задач.
		3. Системно подходит к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области.	Знать: основные фундаментальные математические концепции, идеи и принципы математического моделирования. Уметь: использовать подходящие математические алгоритмы и методы моделирования экономических задач в своей профессиональной сфере.
		4. Анализирует результаты исследования математических моделей	Знать: фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа.

		финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.	Уметь: применять инструменты современной математики к анализу результатов исследования математических моделей финансово-экономических задач и делать на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.
ПКН-4	Способность оценивать показатели деятельности экономических субъектов	1. Проводит анализ внешней и внутренней среды ведения бизнеса, выявляет основные факторы экономического роста, оценивает эффективность формирования и использования производственного потенциала экономических субъектов.	Знать: фундаментальные понятия математического анализа и линейной алгебры для анализа данных о рынке и бизнесе Уметь: использовать математические методы для анализа внешней и внутренней среды ведения бизнеса, выявляя ключевые факторы, влияющие на его эффективность
		2. Рассчитывает и	Знать: фундаментальные понятия,

		интерпретирует показатели деятельности экономических субъектов.	идеи алгебры и геометрии, математического анализа. Уметь: использовать математические методы для расчета и интерпретации ключевых показателей деятельности экономических субъектов
УК-10	Способность осуществлять поиск, критически анализировать, обобщать и систематизировать информацию, использовать системный подход для решения поставленных задач	1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации	Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа. Уметь: решать типовые математические задачи, используемые при принятии финансово-экономических решений.
		2. Обосновывает сущность происходящего, выявляет закономерности, понимает природу variability	Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа. Уметь: проводить отбор адекватных математических методов и моделей для постановки, решения и

			анализа получаемых результатов в конкретных прикладных задачах.
		3. Формулирует признак классификации, выделяет соответствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп, оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп.	Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа. Уметь: применять математические методы для постановки, решения и интерпретации получаемых результатов в задачах моделирования и описания профессиональной деятельности.
		4. Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.	Знать: фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа. Уметь: применять математические методы для постановки и принятия финансово-экономических решений.
		5. Аргументированно и логично представляет	Знать: фундаментальные понятия, идеи алгебры и

		свою точку зрения посредством и на основе системного описания.	геометрии, математического анализа. Уметь: применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования финансово-экономических процессов и отношений.
--	--	--	---

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ и линейная алгебра» относится к «Циклу математики и информатики»

4. Объем дисциплины(модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 1 (в часах)	Семестр 2 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	7/252	126	126
Контактная работа - Аудиторные занятия	136	68	68
<i>Лекции</i>	68	34	34
<i>Семинары, практические занятия</i>	68	34	34
Самостоятельная работа	116	58	58
Вид текущего контроля	Контрольная работа;	Контрольная работа	Контрольная работа

	Контрольная работа;		
Вид промежуточной аттестации	Зачет; Экзамен;	Зачет	Экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Линейные пространства

Аналитические векторы и линейные операции над ними. Линейное (векторное) пространство. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Преобразование координат вектора при замене базиса. Подпространство линейного пространства.

Скалярное произведение векторов. Неравенство Коши-Буняковского. Длина вектора. Угол между векторами. Ортогональный и ортонормированный базис. Разложение вектора в ортогональном базисе. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение к подпространству.

Матрицы и их виды. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц. Свойства операций над матрицами.

Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. Невыржденность квадратных матриц.

Система линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная система линейных уравнений. Определение решения системы линейных уравнений. Эквивалентность систем линейных уравнений. Совместные и определенные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.

Исследование и решение системы линейных уравнений методом Жордана-Гаусса. Общее решение системы линейных уравнений.

Частные решения системы линейных уравнений. Базисные решения системы линейных уравнений.

Фундаментальная система решений однородной системы уравнений. Общие решения однородной и неоднородной систем, связь между ними.

Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.

Определитель квадратной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя. Критерий невырожденности матрицы.

Комплексные числа и действия над ними. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.

Линейные преобразования пространства R (линейные операторы). Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса.

Собственные значения матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Собственные векторы матрицы. Линейная модель обмена (модель международной торговли). Модель многоотраслевой экономики Леонтьева. Продуктивные модели Леонтьева. Критерии продуктивности модели Леонтьева.

Симметрические матрицы и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду. Метод приведения к главным осям. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

Тема 2. Элементы аналитической геометрии

Прямая и гиперплоскость в n -мерном пространстве. Угол между гиперплоскостями. Расстояние от точки до гиперплоскости. Прямая на плоскости и в пространстве.

Выпуклые множества в n -мерном евклидовом пространстве. Полупространства, выпуклые многогранные области. Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в экономике: бюджетные множества, ограничения по использованию ресурсов. Угловые точки выпуклых многогранных областей.

Выпуклая оболочка точек в n -мерном пространстве. Теорема о разделяющей гиперплоскости

Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола, их свойства. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.

Тема 3. Числовые множества, числовые последовательности, числовые функции, непрерывность числовых функций

Производная. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной. Дифференцируемость функции в точке. Дифференцируемость и непрерывность. Дифференциал.

Правила дифференцирования суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Теорема о производной обратной функции. Теорема о производной сложной функции.

Логарифмическая производная. Эластичность. Свойства эластичности. Средняя и точечная эластичность функции. Эластичности спроса и предложения по цене, эластичность спроса по доходу. Предельные и средние величины в экономике: предельные и средние издержки, предельная и средняя производительность труда.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши. Правило Лопиталя.

Многочлен Тейлора. Формула Тейлора (Маклорена) с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано. Разложение основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные формулы. Использование формулы Маклорена для вычисления пределов.

Исследование функций. Признак монотонности функции. Экстремумы. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума. Задача максимизации прибыли. Моделирование налоговых поступлений в бюджет. Кривая Лаффера. Выпуклость. Точки перегиба. Асимптоты

графика функции. Асимптотическое поведение функций спроса Торнквиста. Наибольшие и наименьшие значения.

Тема 4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Производная. Геометрический смысл производной. Уравнение касательной. Дифференцируемость функции в точке. Дифференцируемость и непрерывность. Дифференциал.

Правила дифференцирования суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Теорема о производной обратной функции. Теорема о производной сложной функции.

Логарифмическая производная. Эластичность. Свойства эластичности. Средняя и точечная эластичность функции. Эластичности спроса и предложения по цене, эластичность спроса по доходу. Предельные и средние величины в экономике: предельные и средние издержки, предельная и средняя производительность труда.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма, теорема Ролля, теорема Лагранжа, теорема Коши. Правило Лопиталя.

Многочлен Тейлора. Формула Тейлора (Маклорена) с остаточным членом в форме Лагранжа и Пеано. Разложение основных элементарных функций по формуле Маклорена. Приближенные формулы. Использование формулы Маклорена для вычисления пределов.

Исследование функций. Признак монотонности функции. Экстремумы. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума. Задача максимизации прибыли. Моделирование налоговых поступлений в бюджет. Кривая Лаффера. Выпуклость. Точки перегиба. Асимптоты графика функции. Асимптотическое поведение функций спроса Торнквиста. Наибольшие и наименьшие значения.

Тема 5. Интегральное исчисление функции одной переменной

Первообразная функции. Теорема об общем виде первообразной. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Методы интегрирования: непосредственное интегрирование; метод замены переменной, метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.

Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых классов иррациональных функций. Интегрирование некоторых классов трансцендентных функций.

Определенный интеграл Римана. Геометрический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций. Достаточное условие интегрируемости функции.

Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Формула замены переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Интегрирование четной, нечетной, периодической функций.

Экономические приложения определенного интеграла. Выпуск продукции за определенное время при заданном законе мгновенной мощности производства. Среднее значение функции. Средняя производительность труда, средняя капиталоотдача.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Свойства несобственных интегралов. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 6. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

Свойства расстояния в n -мерном евклидовом пространстве. Окрестность точки. Внутренние, граничные, предельные точки. Открытые и замкнутые множества в пространстве. Связные множества. Ограниченные множества.

Функции нескольких переменных. Функции нескольких переменных в экономической теории. Сходимость последовательности точек в пространстве. Предел функции нескольких переменных.

Непрерывность функции нескольких переменных. Свойства непрерывных функций нескольких переменных: арифметические операции над непрерывными функциями, непрерывность сложной функции, теорема о сохранении знака непрерывной функции. Свойства функции, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве.

Частные производные функции нескольких переменных. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости. Непрерывность дифференцируемой функции. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференциал функции нескольких переменных.

Средняя и предельная производительность труда и капиталотдача. Коэффициенты эластичности выпуска по труду и капиталу. Предельные нормы замещения факторов производства.

Однородные функции. Теорема Эйлера об однородных функциях.

Производная по направлению. Градиент, свойства градиента.

Эластичность функции нескольких переменных.

Частные производные, дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума.

Наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции на замкнутом ограниченном множестве.

Минимизация затрат и максимизация прибыли многопродуктовой фирмы.

Неявные функции. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции. Вычисление частных производных неявно заданной функции.

Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Необходимое условие условного экстремума. Достаточное условие условного экстремума.

Выпуклые множества в пространстве. Выпуклые функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие выпуклости. Достаточное условие выпуклости дважды дифференцируемой функции. Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций. Теорема о глобальном характере экстремума выпуклой функции. Теорема о достижении выпуклой функцией глобального экстремума в стационарной точке. Единственность экстремума строго выпуклой функции. Неравенство Йенсена.

Тема 7. Интегральное исчисление функции нескольких переменных

Определение и существование двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Кратные несобственные интегралы. Интеграл Эйлера-Пуассона.

Тема 8. Ряды

Числовой ряд. Частичные суммы ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся числовые ряды. Необходимое условие сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши сходимости ряда.

Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак.

Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Арифметические операции над сходящимися рядами. Определение знакочередующегося ряда. Признак Лейбница.

Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Теорема Абеля. Теорема об области сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и почленное интегрирование степенного ряда.

Разложение функции в ряд Тейлора (Маклорена). Теорема о разложимости бесконечно дифференцируемой функции в ряд. Разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена.

Тема 9. Дифференциальные уравнения

Социально-экономические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Общее решение дифференциального уравнения. Частные решения дифференциального уравнения. Задача Коши.

Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Устойчивость решения. Критерий устойчивости.

Тема 10. Линейное программирование

Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике. Линейная производственная задача. Постановка и различные формы записи задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.

Каноническая форма задачи линейного программирования. Допустимые решения. Свойства области допустимых решений. Алгоритм симплексного метода линейного программирования.

Симплексный метод как метод направленного перебора базисных допустимых решений. Критерий оптимальности. Экономическая интерпретация задачи линейного программирования, симплексного метода, симплексных оценок.

Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи.

Основное неравенство теории двойственности, его экономическая интерпретация. Малая теорема двойственности. Достаточное условие оптимальности пары взаимно двойственных задач. Теоремы двойственности, их геометрическая и экономическая интерпретация.

Несимметричная пара двойственных задач. Область устойчивости двойственных оценок.

5.2. Учебно-тематический план

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем(разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия	
1	Линейные пространства	46	28	12	16	18
2	Элементы аналитической геометрии	24	12	6	6	12
3	Числовые множества, числовые последовательности, числовые функции, непрерывность числовых функций	28	14	8	6	14
4	Дифференциальное	28	16	8	8	12

	исчисление функций одной переменной					
5	Интегральное исчисление функций одной переменной	22	12	6	6	10
6	Дифференциальное исчисление функций и нескольких переменных	30	16	8	8	14
7	Интегральное исчисление функций и нескольких переменных	10	4	2	2	6
8	Ряды	20	10	6	4	10
9	Дифференциальные уравнения	22	12	6	6	10
10	Линейное программирование	22	12	6	6	10
	Итого	252	136	68	68	116

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Линейные пространства	Система линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная система линейных уравнений. Определение решения системы линейных уравнений. Эквивалентность систем линейных уравнений. Совместные и определенные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Исследование и решение системы линейных уравнений методом Жордана-Гаусса. Общее решение системы линейных уравнений. Частные решения системы линейных уравнений. Базисные решения системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений однородной системы уравнений. Общие решения однородной и неоднородной систем, связь между ними. Прямые на плоскости. Прямые и плоскости в пространстве. Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в	Обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

	экономике: бюджетные множества, ограничения по использованию ресурсов. Поиск неотрицательных базисных решений системы линейных уравнений. Арифметические векторы и их использование в экономике. Геометрическая интерпретация векторов. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Примеры скалярного произведения в экономике. Длина вектора. Угол между векторами. Матрицы и их виды. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц. Свойства операций над матрицами. Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. Невырожденность квадратных матриц. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы с помощью	
--	--	--

	элементарных преобразований. Определитель квадратной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя. Критерий невырожденности матрицы. Вычисление определителя с помощью элементарных преобразований. Линейное (векторное) пространство. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Преобразование координат вектора при замене базиса. Линейные преобразования пространства (линейные операторы). Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при замене базиса. Собственные значения матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Собственные векторы матрицы. Линейная модель обмена	
--	--	--

	(модель международной торговли). Симметрические матрицы и квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду.	
Элементы аналитической геометрии	Виды уравнений прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости и в пространстве. Угол между прямыми. Уравнение плоскости в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Гиперплоскость. Угол между гиперплоскостями. Расстояние от точки до гиперплоскости. Выпуклые множества в n -мерном евклидовом пространстве. Полупространства, выпуклые многогранные области. Угловые точки выпуклых многогранных областей. Выпуклая оболочка точек в n -мерном пространстве. Теорема о разделяющей гиперплоскости. Канонические уравнения кривых второго	Обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

	порядка, их свойства. Приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду.	
Числовые множества, числовые последовательности, числовые функции, непрерывность числовых функций	Действительные числа и их свойства. Числовые множества. Ограниченные числовые множества. Грани числовых множеств. Теорема о существовании точных граней ограниченного числового множества. Числовые функции. Характеристики функций: четность и нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность. Предел числовой последовательности. Вычисление пределов последовательностей. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Вычисление пределов последовательностей с использованием теоремы Вейерштрасса. Вычисление пределов функций с помощью: определения; теорем о свойствах пределов. Односторонние пределы функции. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Бесконечно малые эквивалентные. Непрерывность функции в точке.	Обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

	Точки разрыва функции. Асимптоты к графику функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке.	
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Производная функции. Правила дифференцирования. Производная показательной функции. Эластичность функции. Логарифмическая производная. Дифференциал функции. Использование дифференциала для приближенных вычислений. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталя. Разложение функций по формуле Тейлора (Маклорена). Раскрытие неопределенностей с помощью формулы Маклорена. Локальные экстремумы функций. Нахождение промежутков выпуклости, вогнутости функции. Точки перегиба. Наибольшее и наименьшее значения функции, непрерывной на отрезке. Исследование функций и построение графиков.	Обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия
Интегральное исчисление функции	Неопределенный интеграл: метод	Обсуждение теоретических

одной переменной	непосредственного интегрирования, замена переменной, интегрирования по частям. Интегрирование рациональных функции. Интегрирование некоторых классов иррациональных и трансцендентных функций. Вычисление определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница. Вычисление определенных интегралов: с использованием замены переменной, методом интегрирования по частям. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площади криволинейной трапеции и объема тела вращения. Экономические приложения определённого интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Несобственные интегралы от неотрицательных функций. Эйлеровы интегралы первого и	вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия
-------------------------	---	---

	второго рода, свойства.	
Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Открытые и замкнутые множества. Связные множества. Ограниченные множества. Сходимость последовательности точек. Функции нескольких переменных. Поверхности (линии) уровня функции. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы первого и второго порядков. Производная сложной функции. Однородные функции. Формула Эйлера. Градиент. Производная по направлению. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Эластичность функции нескольких переменных. Экстремумы функций нескольких переменных. Неявные функции. Вычисление частных производных неявно заданной функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом ограниченном множестве. Условный экстремум функции нескольких переменных: метод исключения	Обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

	переменных, метод Лагранжа. Необходимое условие условного экстремума. Достаточное условие условного экстремума. Выпуклые функции нескольких переменных. Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций. Теорема о глобальном характере экстремума выпуклой функции. Теорема о достижении выпуклой функцией глобального экстремума в стационарной точке. Единственность экстремума строго выпуклой функции. Метод наименьших квадратов.	
Интегральное исчисление функции нескольких переменных	Двойной интеграл. Геометрический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле.	Разбор вопросов по теме занятия, практикум по решению задач по тематике занятия
Ряды	Исследование сходимости и нахождение сумм числовых рядов, исходя из определения. Применение необходимого условия сходимости. Исследование сходимости числовых рядов с неотрицательными членами с помощью признаков сравнения,	Разбор вопросов по теме занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

	с помощью признака Даламбера и Коши, интегрального признака. Исследование на сходимость знакопередающихся рядов. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Свойства степенных рядов. Сумма степенного ряда. Разложение функции в ряд Тейлора (Маклорена). Разложения основных элементарных функций в ряд Маклорена. Почленное дифференцирование и почленное интегрирование степенного ряда. Разложение функций в ряд Тейлора с использованием стандартных разложений.	
Дифференциальные уравнения	Общее решение дифференциального уравнения. Частные решения дифференциального уравнения. Задача Коши. Устойчивость решения. Критерий устойчивости. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейное уравнение	Разбор вопросов по теме занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

	первого порядка. Уравнение Бернулли. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	
Линейное программирование	Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике. Линейная производственная задача. Постановка и различные формы записи задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. Каноническая форма задачи линейного программирования. Допустимые решения. Свойства области допустимых решений. Алгоритм симплексного метода линейного программирования. Симплексный метод как метод направленного перебора базисных допустимых решений. Критерий оптимальности. Экономическая интерпретация задачи линейного программирования, симплексного метода, симплексных оценок. Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи. Основное неравенство	Обсуждение теоретических вопросов по тематике занятия, практикум по решению задач по тематике занятия

	теории двойственности, его экономическая интерпретация. Малая теорема двойственности. Достаточное условие оптимальности пары взаимно двойственных задач. Первая и вторая основные теоремы двойственности, их геометрическая и экономическая интерпретация. Несимметричная пара двойственных задач. Третья основная теорема двойственности, ее геометрическая и экономическая интерпретация. Область устойчивости двойственных оценок.	
--	--	--

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Линейные пространства	Исследование системы векторов на линейную зависимость. Базис и размерность пространства. Преобразование координат вектора	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и

	при замене базиса. Решение задач на операции с векторами и матрицами. Вычисление ранга матрицы, обратной матрицы. определителя матрицы. Линейная модель обмена (модель международной торговли). Кривые второго порядка.	написание контрольной работы
Элементы аналитической геометрии	Прямые на плоскости. Прямые и плоскости в пространстве. Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в экономике: бюджетные множества, ограничения по использованию ресурсов.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и написание контрольной работы
Числовые множества, числовые последовательности, числовые функции, непрерывность числовых функций	Свойства основных элементарных функций. Функции спроса и предложения в экономике. Равновесная цена. Функции полного дохода и полных затрат. Точки безубыточности. Паутинная модель рынка. Простые и сложные проценты. Теорема о сохранении знака непрерывной функции.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Подготовка к теретическому опросу. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Дифференциальное исчисление функций одной переменной	Функции спроса и предложения. Издержки и точки безубыточности. Уравнение касательной к графику функции.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Подготовка к теретическому опросу. Выполнение

	Задача о распределении налогового бремени. Задачи оптимизации в экономике.	домашних заданий к каждому занятию.
Интегральное исчисление функции одной переменной	Излишки потребителя и поставщика. Экономические приложения определенного интеграла.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и написание контрольной работы.
Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	Многофакторные производственные функции. Изокванты. Функции полезности. Предельная полезность, предельная норма замещения. Эластичность функции Кобба–Дугласа.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и написание контрольной работы.
Интегральное исчисление функции нескольких переменных	Существование двойного интеграла. Формула замены переменной в двойном интеграле. Поверхностные интегралы.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и написание контрольной работы.
Ряды	Понятие о числовых рядах. Сходимость ряда. Сумма ряда. Вечная рента.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и написание контрольной работы.
Дифференциальные уравнения	Решение дифференциальных уравнений первого	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор

	порядка и линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.	вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и написание контрольной работы.
Линейное программирование	Экономическая интерпретация задачи линейного программирования, симплексного метода, симплексных оценок. Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи. Транспортная задача. Задача, двойственная к транспортной. Замкнутая транспортная задача и ее решение методом потенциалов. Экономическая интерпретация оценок клеток, потенциалов поставщиков и потребителей. Вырожденная транспортная задача. Фиктивные поставки. Открытая транспортная задача, фиктивные поставщики и потребители. Обязательные и запрещенные поставки.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка и написание контрольной работы.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные вопросы для подготовки к контрольной работе (1 семестр)

1. Система линейных алгебраических уравнений. Однородная и неоднородная система линейных уравнений.
2. Матрицы. Операции над матрицами.
3. Вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований. Определитель квадратной матрицы.
4. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства.
5. Собственные значения и собственные векторы матрицы.
6. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Критерий Сильверста.
7. Уравнения прямой на плоскости и в пространстве.
8. Приведение кривой второго порядка к каноническому виду.
9. Предел функции в точке. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел.
10. Асимптоты графика функции.
11. Производная функции в точке. Логарифмическая производная. Эластичность функции. Дифференциал функции.
12. Признак монотонности дифференцируемой функции.
13. Локальный экстремум функции одной переменной. Необходимое условие локального экстремума функции одной переменной. Достаточное условие локального экстремума функции одной переменной.
14. Точка перегиба функции. Необходимое условие точки перегиба. Достаточное условие точки перегиба.

Примерные вопросы для подготовки к контрольной работе (2 семестр)

1. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Методы интегрирования: интегрирование по частям, метод замены, интегрирование различных классов функций.

2. Дифференциал функции нескольких переменных, формула приближенных вычислений. Дифференцирование неявных функций.
3. Локальные экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие локального экстремума функций нескольких переменных. Достаточное условие локального экстремума функций нескольких переменных.
4. Условный экстремум. Метод Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции на замкнутом ограниченном множестве.
5. Выпуклые функции нескольких переменных. Экстремумы выпуклых (вогнутых) функций.
6. Метод наименьших квадратов.
7. Двойной интеграл. Сведение двойного интеграла к повторному интегралу.
8. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.
9. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
10. Степенной ряд. Область сходимости степенного ряда.

Дополнительная информация:

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Кафедры математики и анализа данных.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2.
Перечень планируемых результатов освоения образовательной

программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине.

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

ПKN-1 Владение основными научными понятиями и категориальным аппаратом современной экономики и их применение при решении прикладных задач

1) 1. Демонстрирует знание современных экономических концепций, моделей, ведущих школ и направлений развития экономической науки, использует категориальный и научный аппарат при анализе экономических явлений и процессов.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: основы математических методов анализа экономических данных

Уметь: применять математические методы для анализа экономических явлений

Типовые контрольные задания

1. Пусть $y(t)$ – количество продукции, выпускаемой отраслью за время t ; p – цена продукции. Сумма инвестиций (средств, направленных на расширение производства) $I(t)$ пропорциональна доходу $py(t)$ с коэффициентом пропорциональности m ($m=\text{const}$, $0 < m < 1$). Увеличение скорости выпуска продукции пропорционально увеличению инвестиций с коэффициентом пропорциональности h . Требуется найти количество продукции, выпускаемой отраслью за время t , если в начальный момент времени $t=t_0$, $y=y_0$.

2. Инвестиционный портфель состоит из трех активов А, В, С. Доли активов в портфеле составляют соответственно x , y , z . Ожидаемая доходность портфеля определяется как MX , а риск - $XTVX$, где $X=(x,y,z)^T$ и $M=(0,12;0,14;0,15)$,

$$V = 10^{-5} \begin{pmatrix} 15 & 5 & -7,5 \\ 5 & 20 & -2,5 \\ -7,5 & -2,5 & 10 \end{pmatrix}.$$

2) 2. Выявляет сущность и особенности современных экономических процессов, их связь с другими процессами, происходящими в обществе, критически переосмысливает текущие социально-экономические проблемы.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: основные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа

Уметь: проводить анализ для выявления зависимостей между экономическими переменными, критически анализировать текущие социально-экономические проблемы с использованием математических моделей

Типовые контрольные задания

1. Определите, является ли международная торговля двух стран сбалансированной, если вектор национальных доходов этих стран имеет вид

$$\begin{pmatrix} 9000000 \\ 5000000 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,9 \\ 0,5 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

2. Зависимость объема произведенной продукции V от капитальных затрат K задается функцией $V = \ln(500 + K^3)$. Указать интервал изменения K , на котором выполняется закон убывающей эффективности.

3) 3. Грамотно и результативно пользуется российскими и зарубежными источниками научных знаний и экономической информации, знает основные направления экономической политики государства.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа

Уметь: анализировать данные из российских и зарубежных источников, используя математические методы, использовать математические модели для прогнозирования последствий экономических решений

Типовые контрольные задания

1. Общие издержки производства заданы функцией $TC(x,y)=0,5x^2+0,6xy+0,4y^2+700x+600y+200$, где x и y - соответственно количество товаров А и В. Общее количество произведенной продукции должно быть равно 500 ед. Сколько единиц товаров А и В нужно производить, чтобы издержки на их изготовление были минимальными?

ПКН-3 Способность осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач, интерпретировать полученные результаты

1) 1. Проводит сбор, обработку и статистический анализ данных для решения финансово-экономических задач.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: основы способов сбора, обработки информации, математических методов анализа данных.

Уметь: применять математические методы для формулирования и решения аналитических задач, связанных с оценкой оптимальных путей и способов достижения целей.

Типовые контрольные задания

1. Для функции полезности Кобба-Дугласа $U(x_1, x_2) = Cx_1^{0.2} x_2^{0.8}$ проверьте, будут ли наборы товаров: а) (2,6), б) (3,8) самыми дешевыми среди всех наборов, имеющих равные с ними уровни полезности, если стоимости этих товаров составляют: $p_1 = 15$, $p_2 = 20$.

2. Прибыль от производства и реализации товара задается функцией $P = 1500q^3 / (q^2 + 500)$. Найти объем производства товара q , при котором достигается максимум прибыли.

2) 2. Формулирует математические постановки финансово-экономических задач, переходит от экономических постановок задач к математическим моделям.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: фундаментальные понятия алгебры и геометрии, математического анализа.

Уметь: применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования экономических задач.

Типовые контрольные задания

1. Даны функция спроса на некоторый товар $D(p)=82-15p-10p^2$ и функция предложения этого товара $S(p)=2p^2+3p-2$, где p - цена товара в рублях. Вычислите эластичность спроса по цене в точке рыночного равновесия.

2. Пусть скорость изменения денежного потока задана функцией. Найти зависимость величины денежного потока $K(t)$ от времени t и величину накоплений на интервале $[1,64]$, если известно, что $K(0)=50$.

$$I(t) = 20\sqrt[3]{t}.$$

3) 3. Системно подходит к выбору математических методов и информационных технологий для решения конкретных финансово-экономических задач в профессиональной области.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: основные фундаментальные математические концепции, идеи и принципы математического моделирования.

Уметь: использовать подходящие математические алгоритмы и методы моделирования экономических задач в своей профессиональной сфере.

Типовые контрольные задания

1. В паутинообразной модели функция спроса имеет вид $D(p) = 12 - 3p$, а функция предложения - $S(p) = 2p - 3$. Начальная цена равна 2 д.е. Выпишите общую формулу для последовательности цен. Исследовать на сходимость данную последовательность цен.

2. Пусть скорость изменения денежного потока задана функцией $I(t)=40+0,05t$. Найдите дисконтированное значение денежного потока за пять лет при непрерывных 5%.

4) 4. Анализирует результаты исследования математических моделей финансово-экономических задач и делает на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа.

Уметь: применять инструменты современной математики к анализу результатов исследования математических моделей финансово-экономических задач и делать на их основании количественные и качественные выводы и рекомендации по принятию финансово-экономических решений.

Типовые контрольные задания

1. Полные издержки при выпуске q единиц продукции выражаются функцией $C(q)=32+8q+q^2$. Функция спроса на эту продукцию имеет вид $q=12-0,03p$, где p - цена единицы продукции. Найти минимум средних издержек $AC(q)=C(q)/q$.

2. На фирме занято 256 служащих. Стоимость основных фондов составляет 100000 у.е. Стоимость продукции, производимой за месяц в расчете на одного служащего составляет 300 у.е. Прием одного дополнительного служащего приводит к увеличению общего объема продукции на 150 у.е.; увеличение основных фондов на 1% дает прирост продукции на 0,2%. Считая, что выпуск описывается производственной функцией Кобба-Дугласа, определить, сколько потребуется дополнительно служащих, чтобы обеспечить выпуск продукции на сумму 90000 у.е. в месяц, если основные фонды будут увеличены в 1,5 раза.

ПКН-4 Способность оценивать показатели деятельности экономических субъектов

1) 1. Проводит анализ внешней и внутренней среды ведения бизнеса, выявляет основные факторы экономического роста, оценивает

эффективность формирования и использования производственного потенциала экономических субъектов.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: фундаментальные понятия математического анализа и линейной алгебры для анализа данных о рынке и бизнесе

Уметь: использовать математические методы для анализа внешней и внутренней среды ведения бизнеса, выявляя ключевые факторы, влияющие на его эффективность

Типовые контрольные задания

1. *Производительность труда рабочего за одну смену описывается формулой $p(t)=15t-0,5t^2$, где t - время в часах, t меняется от 0 до 8. Определите объем выпуска продукции за день для данного рабочего и среднюю производительность труда за час.*

2) 2. Рассчитывает и интерпретирует показатели деятельности экономических субъектов.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа.

Уметь: использовать математические методы для расчета и интерпретации ключевых показателей деятельности экономических субъектов

Типовые контрольные задания

1. *При производстве двух видов продукции используется три вида сырья. Составить план выпуска продукт, обеспечивающий максимум прибыли, если*

Запасы сырья	Расход сырья 1 на единицу продукции	Расход сырья 2 на единицу продукции
20	2	1
12	1	1
30	1	3
Прибыль	40	50

УК-10 Способность осуществлять поиск, критически анализировать, обобщать и систематизировать информацию, использовать системный подход для решения поставленных задач

1) 1. Четко описывает состав и структуру требуемых данных и информации, грамотно реализует процессы их сбора, обработки и интерпретации

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.

Уметь: решать типовые математические задачи, используемые при принятии финансово-экономических решений.

Типовые контрольные задания

1. Предприятие производит продукцию двух видов, используя при этом ресурсы трех видов. Известна технологическая матрица и вектор запасов. Изобразите множество возможных планов производства. Составьте план производства, обеспечивающий получение наибольшей выручки от продажи изделий, если цена изделия первого вида составляет 1000 руб., а изделия второго вида – 2000 руб.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 100 \\ 60 \\ 75 \end{pmatrix}$$

2) 2. Обосновывает сущность происходящего, выявляет закономерности, понимает природу вариабельности

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.

Уметь: проводить отбор адекватных математических методов и моделей для постановки, решения и анализа получаемых результатов в конкретных прикладных задачах.

Типовые контрольные задания

1. Обоснуйте «правило 70»: если ежегодно вклад увеличивается на i %, то время, необходимое для его удвоения, приближенно равно $70/i$.

2. Инвестор планирует приобрести активы на сумму 175 д.е. так, чтобы получившийся портфель имел ожидаемую доходность 21 % при минимальном риске. Определить, на какую сумму следует приобрести активы каждого типа, если инвестор приобретает активы трех типов. Ожидаемая доходность портфеля определяется как MX , риск $-X^T VT$, где $X=(x,y,z)^T$, $M=(0,08;0,1;0,15)$, а x, y, z - доли активов в портфеле.

$$V = 10^{-5} \begin{pmatrix} 10 & -5 & -5 \\ -5 & 5 & -2,5 \\ -5 & -2,5 & 15 \end{pmatrix}$$

3) 3. Формулирует признак классификации, выделяет соответствующие ему группы однородных «объектов», идентифицирует общие свойства элементов этих групп, оценивает полноту результатов классификации, показывает прикладное назначение классификационных групп.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: фундаментальные понятия, идеи и инструменты алгебры и геометрии, математического анализа.

Уметь: применять математические методы для постановки, решения и интерпретации получаемых результатов в задачах моделирования и описания профессиональной деятельности.

Типовые контрольные задания

1. Функция полезности имеет вид $f(x,y)=2x-x^2-2y^2+8y+3$. Найдите оптимальное потребление при доходе $I=18$, если цены на первый и второй товар составляют соответственно $p_x=6$ и $p_y=3$.

4) 4. Грамотно, логично, аргументировано формирует собственные суждения и оценки. Отличает факты от мнений, интерпретаций, оценок и т.д. в рассуждениях других участников деятельности.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: : фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа.

Уметь: применять математические методы для постановки и принятия финансово-экономических решений.

Типовые контрольные задания

1. Известна зависимость наблюдаемой переменной y от переменной x : при $x=8$ $y=46,05$, при $x=9$ $y=50,95$, при $x=10$ $y=55,95$, при $x=11$ $y=61,05$. Найдите зависимость $y=ax+b$ методом наименьших квадратов. Каким будет значение y , если $x=12$. Оцените погрешность данного значения.

5) 5. Аргументированно и логично представляет свою точку зрения посредством и на основе системного описания.

Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции

Знать: фундаментальные понятия, идеи алгебры и геометрии, математического анализа.

Уметь: применять соответствующие математические алгоритмы и методы для моделирования финансово-экономических процессов и отношений.

Типовые контрольные задания

1. Функция спроса имеет вид $D(p) = 11 - 4p$, функция предложения – $S(p) = 3p + 3$. Вычислить эластичность спроса в точке рыночного равновесия. Как изменится спрос при увеличении цены на 5% от равновесной цены.

Примеры практико-ориентированных заданий

Примерные задания контрольной работы (1 семестр)

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = -1 \\ 3x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8 \end{cases}$$

2. Написать разложение вектора $v=(-8,14,-1)$ по векторам $k=(-2,2,1)$, $l=(1,-3,0)$, $m=(0,1,-2)$.

3. Найти ранг матрицы .

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Решить матричное уравнение .

$$-9 \begin{pmatrix} -9 & 6 \\ 6 & -6 \\ -6 & -4 \end{pmatrix} + 6X = \begin{pmatrix} 87 & -24 & 72 \\ -54 & 78 & 12 \end{pmatrix}^T$$

5. Найти собственные векторы матрицы .

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

6. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к главным осям, ее канонический вид и канонический базис: .

$$\Phi = 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_3x_2$$

7. Найти каноническое уравнение прямой, относительно которой симметричны точки $A(3;2)$ и $B(7;6)$.

8. Вычислить предел .

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 2x)^{x \sin x}$$

9. Исследовать на непрерывность функцию .

$$f(x) = \frac{|x^2 - 2x|}{x^2 - x - 2}$$

10. Исследовать функцию и построить ее график .

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

Примерные задания контрольной работы (2 семестр)

1. Вычислить интеграл .

$$\int_0^\pi e^x \sin 2x \, dx$$

2. Вычислить приближенно $(2,03)^2 (0,96)^3$.

3. Найдите точки экстремума функции $f(x,y)=x^3+xy^2-15x-12y$.

4. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции $z=x^2 y$ на множестве .

$$x^2 + y^2 \leq 9$$

5. Функция полезности имеет вид $z=-2,5x^2+15x-1,5y^2+12y+3$. Найти оптимальное потребление при доходе $I=70$, если цены на первый и второй товар составляют соответственно 10 и 7 ден.ед.

6. Известна зависимость наблюдаемой переменной y от переменной x : при $x=8$ $y=46,05$, при $x=9$ $y=50,95$, при $x=10$ $y=55,95$, при $x=11$ $y=61,05$. Найдите зависимость $y = ax + b$ методом наименьших квадратов. Каким будет значение y , если $x=12$. Оцените погрешность данного значения.

7. Найти общее решение уравнения $y'+y/x=10x^2+5x+8$.

8. Решить дифференциальное уравнение $y''-5y'+4y=2e^x$.

9. Найти двойной интеграл по области D , ограниченной кривыми: .

$$\iint_D (yx^5 + x) dx dy$$

$$y = \frac{x^2}{2}, y = \sqrt{2x}$$

10. Найти область сходимости степенного ряда .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+3)^n}{n^2+9}$$

Примерные вопросы для подготовки к Зачету, Экзамену

Примерные вопросы для подготовки к зачету (1 семестр)

1. Арифметические векторы.

2. Матрицы. Линейные операции над матрицами. Транспонирование матрицы. Произведение матриц.

3. Элементарные преобразования над строками и столбцами матриц.

4. Теорема о приведении произвольной матрицы к ступенчатой форме. Ранг матрицы. Невырожденность квадратных матриц.
5. Обратная матрица.
6. Определитель квадратной матрицы. Свойства определителя. Критерий невырожденности матрицы.
7. Система линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Прямые на плоскости.
9. Прямые и плоскости в пространстве.
10. Системы линейных алгебраических неравенств и их использование в экономике.
11. Линейное (векторное) пространство.
12. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность линейного пространства.
13. Линейные преобразования линейного пространства (линейные операторы).
14. Собственные значения и собственные векторы матрицы.
15. Линейная модель обмена (модель международной торговли).
16. Симметрические матрицы и квадратичные формы.
17. Приведение квадратичной формы к нормальному и каноническому виду.
18. Кривые второго порядка.
19. Множество. Операции над множествами. Конечные, счетные и несчетные множества. Ограниченные и неограниченные множества.
20. Комплексные числа и действия над ними. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел.
21. Понятие функции. Свойства функций одной переменной.

22. Числовые последовательности, предел последовательности и его свойства, монотонные, ограниченные последовательности.
23. Предел функции в точке и на бесконечности.
24. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
25. Первый и второй замечательные пределы.
26. Сравнение бесконечно больших и бесконечно малых функций.
27. Непрерывность функции в точке и на множестве. Свойства непрерывных функций.
28. Точки разрыва и их классификация.
29. Асимптоты графика функции.
30. Производная функции, ее геометрический смысл, свойства производной.
31. Производная сложной и неявно заданной функций.
32. Предельные и средние величины в экономике (случай функции одной переменной).
33. Средняя и точечная эластичность функции (случай функции одной переменной).
34. Дифференцируемость функции, первый дифференциал и его геометрический смысл.
35. Основные теоремы дифференциального исчисления: лемма Ферма, теоремы Ролля и Лагранжа.
36. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
37. Монотонность функции. Условие монотонности.
38. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
39. Производные и дифференциалы высших порядков.
40. Формула Тейлора. Формула Маклорена.

41. Разложение элементарных функций по формуле Маклорена.

42. Выпуклость графика функции. Точки перегиба.

Примерные вопросы для подготовки к экзамену (2 семестр)

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.

2. Основные методы интегрирования: замена переменной, интегрирование по частям.

3. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

4. Несобственные интегралы. Интеграл Пуассона.

5. n -мерное евклидово пространство. Множества в n -мерном евклидовом пространстве. Функции нескольких переменных. Примеры функций нескольких переменных в экономике.

6. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.

7. Частные производные функции нескольких переменных.

8. Дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных.

9. Предельные и средние величины в экономике (случай функции нескольких переменных).

10. Производная сложной функции.

11. Производная по направлению и градиент.

12. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия локального экстремума.

13. Достаточное условие для случая двух независимых переменных.

14. Условный экстремум. Метод подстановки.

15. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

16. Глобальный экстремум.

17. Кратные интегралы. Сведение кратного интеграла к повторному.

18. Общее решение дифференциального уравнения. Частные решения дифференциального уравнения. Задача Коши.
19. Уравнения с разделяющимися переменными.
20. Однородные уравнения первого порядка.
21. Линейное уравнение первого порядка.
22. Уравнение Бернулли.
23. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
24. Примеры линейных оптимизационных моделей в экономике.
25. Постановка и различные формы записи задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
26. Каноническая форма задачи линейного программирования. Допустимые решения. Свойства области допустимых решений.
27. Алгоритм симплексного метода линейного программирования.
28. Симплексный метод как метод направленного перебора базисных допустимых решений. Критерий оптимальности. Симметричная пара двойственных задач. Экономическая интерпретация двойственной задачи.
29. Основное неравенство теории двойственности, его экономическая интерпретация.
30. Малая теорема двойственности.
31. Достаточное условие оптимальности пары взаимно двойственных задач.
32. Первая и вторая основные теоремы двойственности, их геометрическая и экономическая интерпретация.
33. Несимметричная пара двойственных задач.
34. Третья основная теорема двойственности, ее геометрическая и экономическая интерпретация.

Пример экзаменационного билета (2 семестр)

1. Найти промежутки выпуклости и точки перегиба функции $f(x)=9x-e^{-x^2/18}$. (10 баллов)
2. Найдите точки локального экстремума функции $f(x,y)=2x^2-16x+y^3+15y^2+40$. (10 баллов)
3. Функция полезности имеет вид $f(x,y)=2x-x^2-2y^2+8y+3$. Найдите оптимальное потребление при доходе $I=18$, если цены на первый и второй товар составляют соответственно $p_x=6$ и $p_y=3$.
4. Решите дифференциальное уравнение $y'+4y=y^2 e^{3x}$. (10 баллов)
5. Сформулируйте теорему о почленном дифференцировании степенного ряда. Используя эту теорему, найдите сумму ряда при условии. (10 баллов)

$$\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$$

$$|x| < 1$$

6. Решить задачу линейного программирования графическим способом: при условии, что и.

$$f(x) = 6x_1 + x_2 + 4x_3 - 5x_4 \rightarrow \max, \min$$

$$x \geq 0$$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 4 \end{cases}$$

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Кремер, Наум Шевелевич Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 2 : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, Б. А. Путко, И. М. Тришин ;

под редакцией Н. Ш. Кремера. 5-е изд. , пер. и доп Электрон. дан. Москва : Юрайт , 2025 239 с (Высшее образование) URL: <https://urait.ru/bcode/561864> (дата обращения: 24.04.2025). Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт, для авториз. пользователей <https://urait.ru/bcode/561864> ISBN 978-5-534-05822-2 : 1109.00

2. Кремер , Наум Шевелевич Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. 5-е изд. , пер. и доп Электрон. дан. Москва : Юрайт , 2025 276 с (Высшее образование) URL: <https://urait.ru/bcode/561863> (дата обращения: 24.04.2025). Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт, для авториз. пользователей <https://urait.ru/bcode/561863> ISBN 978-5-534-05820-8 : 1139.00

3. Кремер , Наум Шевелевич Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 3 : учебник и практикум для вузов / под редакцией Н. Ш. Кремера. 5-е изд. , пер. и доп Электрон. дан. Москва : Юрайт , 2025 416 с (Высшее образование) URL: <https://urait.ru/bcode/561865> (дата обращения: 24.04.2025). Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт, для авториз. пользователей <https://urait.ru/bcode/561865> ISBN 978-5-534-05823-9 : 1729.00

Дополнительная литература:

1. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3 ч. Ч. 1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование : учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Бух. учет, анализ и аудит", "Финансы и кредит", "Налоги и налогообложение" и "Мировая экономика" / С.В. Пчелинцев [и др.] ; под ред. В.А. Бабайцева, В.Б. Гисина Москва : Финансы и статистика , 2017 256 с. + Тираж 500 экз. ISBN 978-5-279-03593-9

2. Кремер , Наум Шевелевич Математический анализ : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; ответственный редактор Н. Ш. Кремер. 2-е изд. , пер. и доп Электрон. дан. Москва : Юрайт , 2025 593 с (Высшее образование) URL: <https://urait.ru/bcode/568491> (дата обращения: 24.04.2025). Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт, для авториз.

пользователей <https://urait.ru/bcode/568491> ISBN 978-5-534-16158-8 : 2779.00

3. Гисин , Владимир Борисович Математика. Практикум : учебник для вузов / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. Электрон. дан. Москва : Юрайт , 2025 204 с (Высшее образование) URL: <https://urait.ru/bcode/560803> (дата обращения: 24.04.2025). Режим доступа: Электронно-библиотечная система Юрайт, для авториз. пользователей <https://urait.ru/bcode/560803> ISBN 978-5-9916-8785-0 : 889.00

4. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3 ч. Ч. 1: Линейная алгебра, аналитическая геометрия и линейное программирование : учебное пособие для студ., обуч. по спец."Бух. учет, анализ и аудит", "Финансы и кредит", "Налоги и налогообложение" и "Мировая экономика" / С.В. Пчелинцев [и др.] ; под ред. В.А. Бабайцева, В.Б. Гисина М. : Финансы и статистика , 2013 256 с. ISBN 978-5-279-03441-3

5. Сборник задач по курсу "Математика в экономике". В 3 ч. Ч. 2: Математический анализ : учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Бух. учет, анализ и аудит", "Финансы и кредит", "Налоги и налогообложение" и "Мировая экономика" / Е.Н. Орел [и др.] ; под ред. В.А. Бабайцева, В.Б. Гисина Москва : Финансы и статистика , 2017 368 с. + Тираж 500 экз. ISBN 978-5-279-03594-6

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/> (<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)

2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>

3. Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека ОНЛАЙН" <http://biblioclub.ru/>

4. Электронно-библиотечная система издательства "Лань" <https://e.lanbook.com/>

5. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" <https://urait.ru/>

6. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
7. Информационно-образовательный портал Финуниверситета:
<https://org.fa.ru>
8. 7.Электронные ресурсы БИК:
9. •Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ)
<http://elib.fa.ru/>
10. •Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
11. •Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
12. •Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znanium.ru/>
13. •Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ»
<https://urait.ru/>
14. •Электронно-библиотечная система издательства Проспект
<http://ebs.prospekt.org/books>
15. •Электронно-библиотечная система издательства Лань
<https://e.lanbook.com/>
16. •Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
17. •Национальная электронная библиотека <http://нэб.рф/>
18. •Справочная правовая система «Консультант Плюс»
<https://www.consultant.ru/>
19. •Справочная правовая система «ГАРАНТ» <https://www.garant.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

- Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Kaspersky
2. Microsoft Office (Windows)

- Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>
5. Размещение ЭУК: <https://www.campus.fa.ru/>
6. VK Mail
7. VK-звонки
8. Webinar
9. Реестр УММ

- Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

1. не предусмотрены

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. **Учебная аудитория** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)

2. Помещение для самостоятельной работы обучающихся оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде Университета.